

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“29” серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Фінансовий аналіз**

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський) рівень \_\_\_\_\_

галузь знань 11– Математика та статистика \_\_\_\_\_

спеціальність 113 – Прикладна математика \_\_\_\_\_

освітня програма «Прикладна математика» \_\_\_\_\_

спеціалізація \_\_\_\_\_

вид дисципліни \_\_\_\_\_ за вибором \_\_\_\_\_

факультет \_\_\_\_\_ математики і інформатики \_\_\_\_\_

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

“27” серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: *Півень Олексій Леонідович*, канд. фіз.-мат. наук, доцент закладу вищої освіти кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики  
Протокол від “26” серпня 2024 року № 8

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом  
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією  
факультету математики і інформатики

Протокол від “27” серпня 2024 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Фінансовий аналіз» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 прикладна математика

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання знань з застосувань математичних методів щодо аналізу математичних моделей фінансовий активів та фінансових ринків

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Вивчення основних ймовірнісних характеристик ризикових операцій, постановок та методів розв'язань оптимізаційних задач Марковіца та Тобіна формування портфелю цінних паперів, статистичних методів оцінювання фінансових показників.

Вивчення властивостей мартингалів із дискретним часом та методів їх застосування до аналізу математичних моделей фінансових ринків, зокрема у теорії розрахунків похідних цінних паперів.

#### 1.3. Кількість кредитів 4

#### 1.4. Загальна кількість годин 120

| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни |                                     |
|---|-------------------------------------|
| За вибором                                |                                     |
| Денна форма навчання                      | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки                            |                                     |
| 4-й                                       |                                     |
| Семестр                                   |                                     |
| 8-й                                       |                                     |
| Лекції                                    |                                     |
| 32 год.                                   |                                     |
| Практичні, семінарські заняття            |                                     |
| 32 год.                                   |                                     |
| Лабораторні заняття                       |                                     |
|   |                                     |
| Самостійна робота                         |                                     |
| 56 год.                                   |                                     |
| у тому числі індивідуальні завдання       |                                     |
|   |                                     |

#### 1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**Знати:**

1. Основні характеристики ймовірнісних фінансових операцій

2. Основні статистичні методи оцінювання фінансових показників
3. Постановки задач Марковіца і Тобіна формування оптимального портфелю цінних паперів
4. Означення та основні властивості мартингалів, супермартингалів, субмартингалів з дискретним часом.
5. Математичні моделі фінансового (B,S)-ринку з дискретним часом.
6. Означення та мартингальні критерії безарбітражності та повноти фінансового ринку в умовах моделі з дискретним часом.
7. Ознаки досяжності платіжних зобов'язань Європейського типу та інтервал безарбітражних цін на неповному безарбітражному фінансовому ринку.
8. Методи побудови геджуючих стратегій платіжних зобов'язань в моделях фінансового ринку з дискретним часом.
9. Формулу Кокса-Роса-Рубінштейна розрахунку справедливої вартості опціону Європейського типу в моделі Кокса-Роса-Рубінштейна.

***Вміти:***

1. Обчислювати основні характеристики ймовірнісних фінансових операцій
2. Аналізувати стохастичні моделі ризикових активів
3. Розв'язувати задачі побудови оптимальних портфелів Марковіца та Тобіна при різних обмеженнях на параметри
4. Досліджувати моделі фінансових ринків із дискретним часом на безарбітражність та повноту за допомоги мартингальних критеріїв.
5. Будувати інтервал безарбітражних цін платіжних зобов'язань на неповному фінансовому ринку, досліджувати похідні платіжні зобов'язання на досяжність.
6. Розв'язувати задачі оптимального геджування опціонних контрактів Європейського типу на повних фінансових ринках.

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

***Розділ 1.*** Фінансовий аналіз портфелів цінних паперів. Оптимізаційні задачі Марковіца та Тобіна формування портфелю цінних паперів.

***Тема 1.*** Характеристики ймовірнісних фінансових операцій

Ймовірнісна фінансова операція та випадковий дохід. Ефективність та ризик фінансової операції. Основні правила прийняття фінансових рішень в умовах невизначеності: правило Вальда, правило Севіджа, правило максимізації очікуваного доходу та мінімізації ризику. Матриці наслідків та ризиків. Методи зменшення ризику. Ризик та ймовірність банкрутства.

***Тема 2.*** Стохастичні моделі відсоткової ставки.

Поняття про фінансові ринки. Первинні та похідні цінні папери. Ризикові та безризикові активи. Побудова математичних моделей динаміки відсоткової ставки та динаміки цін активів

***Тема 3*** Оптимальні портфелі Марковіца та Тобіна цінних паперів.

Постановка задач формування оптимальних портфелів. Випадок обмежень типу нерівності. Метод функції Лагранжа її розв'язування. Використання теореми Куна-Такера.

***Тема 4*** Статистичні методи аналізу фінансових показників

Статистичні методи оцінювання фінансових показників. Ефективність ринку. Застосування регресійного аналізу до аналізу залежності доходності цінного паперу від доходності ринку.

## **Розділ 2. Застосування теорії мартингалів до розрахунків платіжних зобов'язань**

**Тема 5.** Елементи теорії мартингалів.

Умовне математичне сподівання та його властивості. Узгоджені та передбачувальні процеси із дискретним часом. Означення та властивості мартингалів, супермартингалів та субмартингалів, їх властивості, приклади. Розклад Дуба-Мейера узгодженого процесу.

**Тема 6.** Математичні моделі (B,S)-ринку.

Опис моделей, приклади. Самофінансовні стратегії на (B,S)-ринку та їх властивості.

**Тема 7.** Дослідження безарбітражності фінансового ринку.

Арбітражні стратегії на фінансовому ринку. Мартингальний критерій безарбітражності фінансового ринку. Умови безарбітражності фінансового ринку, що описується моделлю Кокса-Роса-Рубінштейна. Приклади арбітражних та безарбітражних фінансових ринків.

**Тема 8.** Платіжні зобов'язання Європейського типу на фінансовому ринку.

Поняття платіжних зобов'язань європейського типу, їх справедлива вартість. Геджуючі стратегії фінансових ринків. Досягність платіжних зобов'язань та їх геджування. Поняття безарбітражної ціни платіжних зобов'язань європейського типу та побудова інтервалу безарбітражних цін.

**Тема 9.** Повнота фінансових ринків.

Повні фінансові ринки. Мартингальний критерій повноти фінансового ринку. Приклади.

**Тема 10.** Алгоритм побудови мінімальної геджуючої стратегії для моделі Кокса-Роса-Рубінштейна.

Умова повноти фінансового ринку, що описується моделлю Кокса-Роса-Рубінштейна, існування мінімальної геджуючої стратегії та метод її побудови.

**Тема 11.** Розрахунок опціонів європейського типу на повному фінансовому ринку.

Справедлива вартість опціону. Випадок марківського платіжного зобов'язання. Формула Кокса-Роса-Рубінштейна.

**Тема 12.** Задача про оптимальну зупинку стохастичної послідовності.

Моменти зупинки. Обвідна Снелла. Постановка та розв'язання задачі про оптимальну зупинку стохастичної послідовності за допомоги обвідної Снелла.

**Тема 13.** Платіжні зобов'язання американського типу та їх геджування.

Означення платіжного зобов'язання американського типу. Розрахунок опціонних контрактів Американського типу з використанням супермартигалів та розкладу Дуба-Мейєрра.

### 3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів і тем   | Кількість годин |              |    |     |     |    |              |              |    |     |     |    |
|--|-----------------|--------------|----|-----|-----|----|--------------|--------------|----|-----|-----|----|
|  | Денна форма     |              |    |     |     |    | Заочна форма |              |    |     |     |    |
|  | Усього          | у тому числі |    |     |     |    | Усього       | у тому числі |    |     |     |    |
|  |                 | л            | п  | лаб | інд | сп |              | л            | п  | лаб | інд | сп |
| 1  | 2               | 3            | 4  | 5   | 6   | 7  | 8            | 9            | 10 | 11  | 12  | 13 |
| <b>Розділ 1. Фінансовий аналіз портфельів цінних паперів. Оптимізаційні задачі Марковіца та Тобіна формування портфелю цінних паперів.</b> |                 |              |    |     |     |    |              |              |    |     |     |    |
| Тема 1<br>Характеристики ймовірнісних фінансових операцій  | 12              | 4            | 4  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 2 Стохастичні моделі відсоткової ставки.  | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 3. Оптимальні портфелі Марковіца та Тобіна цінних паперів.  | 12              | 4            | 4  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 4 Статистичні методи аналізу фінансових показників  | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Разом за розділом 1  | 40              | 12           | 12 |     |     | 16 |              |              |    |     |     |    |
| <b>Розділ 2. Застосування теорії мартингалів до розрахунків платіжних зобов'язань</b>  |                 |              |    |     |     |    |              |              |    |     |     |    |
| Тема 5. Елементи теорії мартингалів  | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 6. Математичні моделі (B,S)-ринку.  | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 7. Дослідження безарбітражності фінансового ринку.  | 9               | 2            | 2  |     |     | 5  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 8. Платіжні зобов'язання Європейського типу на фінансовому ринку.   | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 9. Повнота фінансових ринків  | 9               | 2            | 2  |     |     | 5  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 10 Алгоритм побудови мінімальної геджуючої стратегії для моделі Кокса-Роса-Рубінштейна.   | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |
| Тема 11. Розрахунок опціонів європейського типу на повному фінансовому ринку.  | 8               | 2            | 2  |     |     | 4  |              |              |    |     |     |    |

|  |            |           |           |  |           |  |  |  |  |  |
|--|------------|-----------|-----------|--|-----------|--|--|--|--|--|
| Тема 12. Задача про оптимальну зупинку стохастичної послідовності.   | 9          | 3         | 2         |  | 4         |  |  |  |  |  |
| Тема 13. Платіжні зобов'язання американського типу та їх геджування. | 9          | 3         | 2         |  | 4         |  |  |  |  |  |
| <i>Контрольна робота</i>   | 4          |           | 2         |  | 2         |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом 2  | 80         | 20        | 20        |  | 40        |  |  |  |  |  |
| <b>Всього годин</b>  | <b>120</b> | <b>32</b> | <b>32</b> |  | <b>56</b> |  |  |  |  |  |

5

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

| № з/п | Назва теми   | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1     | Характеристики ймовірнісних фінансових операцій                                      | 4               |
| 2     | Стохастичні моделі відсоткової ставки  | 2               |
| 3     | Оптимальні портфелі Марковіца та Тобіна цінних паперів                               | 4               |
| 4     | Статистичні методи аналізу фінансових показників                                     | 2               |
| 5     | Елементи теорії мартингалів  | 2               |
| 6     | Математичні моделі (B,S)-ринку   | 2               |
| 7     | Дослідження безарбітражності фінансового ринку.                                      | 2               |
| 8     | Платіжні зобов'язання Європейського типу на фінансовому ринку.                       | 2               |
| 9     | Повнота фінансових ринків  | 2               |
| 10    | Алгоритм побудови мінімальної геджуючої стратегії для моделі Кокса-Роса-Рубінштейна. | 2               |
| 11    | Розрахунок опціонів європейського типу на повному фінансовому ринку.                 | 2               |
| 12    | Задача про оптимальну зупинку стохастичної послідовності.                            | 2               |
| 13    | Платіжні зобов'язання американського типу та їх геджування.                          | 2               |
|       | <i>Контрольна робота</i>   | 2               |
|       | <b>Разом</b>   | <b>32</b>       |

#### 5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи  | Кількість годин |
|-------|---|-----------------|
| 1     | Виконання домашніх завдань за розділом «Фінансовий аналіз портфелів цінних паперів. Оптимізаційні задачі Марковіца та Тобіна формування портфелю цінних паперів». | 16              |
| 2     | Виконання домашніх завдань за розділом «Застосування теорії мартингалів до розрахунків платіжних зобов'язань»   | 40              |
|       | <b>Разом</b>  | <b>56</b>       |

#### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом

## 7. Методи навчання

Частково-пошукові і проблемні лекції, пояснення, розрахунково-ілюстративні і пояснювально-ілюстративні методи при проведенні практичних занять, консультації.

## 8. Методи контролю

Перевірка домашніх робіт, перевірка контрольної роботи, поточний контроль на практичних заняттях, поточний контроль на лекціях, проведення заліку.

## 9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання |          |  |       | Залікова робота | Сума |
|--|----------|--|-------|-----------------|------|
| Розділ 1   | Розділ 2 | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Разом |                 |      |
| T1–T6  | T7–T13   | T1–T13   |       |                 |      |
| 10   | 10       | 40   | 60    | 40              | 100  |

T1, T2 ... – теми розділів.

Не передбачається мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену).

## Критерії оцінювання

**Поточний контроль:** 20 балів - бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

**Контрольна робота** оцінюється до 40 балів і складається з 8 завдань, максимальна оцінка за кожне з завдань-5 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–1 бал;
- (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 2–3 бали;
- (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 4–5 балів.

**Підсумкова залікова робота складається з 4 завдань:**

1. У завданні 1 максимальна оцінка 10 балів.

- (а) твердження сформульовано з помилками — 0–4 бали;
- (б) твердження сформульовано з незначними помилками та без прикладів. — 6–8 балів;
- (с) твердження сформульовано вірно, наведено приклади — 9–10 балів.

2. У завданнях 2, 3, 4 максимальна оцінка 10 балів:

- (а) обчислення незакінчені або містять суттєві помилки — 0–4 бали;
- (б) обчислення правильні, можливі незначні помилки, але обґрунтування не наведено — 5–7 балів;
- (с) обчислення правильні, можливі незначні помилки, наведено повне обґрунтування — 8–10 балів.



Бали, отримані за виконання всіх завдань, сумуються (максимальна кількість – 40 балів) і додаються до балів, отриманих за практичні завдання. Максимальна сума – 100 балів. Оцінка виставляється за стандартною шкалою оцінювання.

### **Шкала оцінювання: дворівнева**

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка        |
|--|---------------|
| 50-100   | зараховано    |
| 1-49   | не зараховано |

## **10. Рекомендована література**

### **Основна література**

1. Пономаренко О.І. Вступ до фінансової математики. – Ніжин: Видавництво НДПУ імені М. Гоголя, 2003 – 84 с.
2. Гончар М.С. Фондовий ринок і економічний ріст. — К.: Обереги, 2001. – 826 с.
3. Збірник задач з фінансової математики/ О.Д. Борисенко, Ю.С. Мішура, В.М. Радченко, Г.М. Шевченко. – К.: Техніка, 2007.–236 с.
4. Математика фінансів/ Ю.С. Мішура, Г.М. Шевченко.–2 вид. перероб. і допов. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011.–352 с.

### **Допоміжна література**

1. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансової математиці/ Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко С.Й. .–К.: Інформтехніка, 1995.–380 с
2. Hans Follmer, A. Schied. A. Stochastic finance. An introduction in Discrete Time, Berlin–New York, Walter de Gruyter, 2004.

## **11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

Сайт кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка <https://probability.knu.ua/index.php?page=student>